

APPENDICE MATEMATICA di:

“Filosofi e polis. Spunti da una narrazione analitica sull'allegoria platonica della Caverna”, *Filosofia Politica*, 26(2), 2012, 205-227

Luigi Curini e Beatrice Magni
Dipartimento di Studi sociali e politici
Università degli Studi di Milano

Appendice (1):

Nel gioco della figura 1, abbiamo due equilibri:

- 1) Il filosofo rifiuta lo status quo, pagando K , e il cittadino opta per l'alternativa proposta dal filosofo, se e solo se:

$$-|x-f|-K > -|y-f| \quad (1.1)$$

e

$$-\int_{\min(0, y-K)}^{y-K} |f-c| dF - \int_{\min(y+K, 1)}^1 |f-c| dF > -|y-c| \quad (1.2)$$

- 2) In tutti gli altri casi, il filosofo accetta lo status quo e il risultato del gioco è y .

La (1.1) ci dice che il filosofo rifiutare lo status quo, pagando il relativo costo, se e solo se il suo punto ideale non è localizzato all'interno dell'intervallo delle alternative non vantaggiose. Quando assumiamo, come nel nostro caso, che $x=f$, questo significa che: $-K > -|y-f|$, il che equivale a dire che $f \notin [y-K, y+K]$; in caso contrario, ovvero quando $f \in [y-K, y+K]$, non è mai conveniente per il filosofo cercare di influenzare la scelta del cittadino, dato il costo.

In secondo luogo, il filosofo, per parlare e rifiutare lo status quo, deve essere convinto di riuscire a convincere il cittadino ad accettare la sua proposta. Questa condizione si ottiene in due passaggi. Primo: dato che quando $f \in [y-K, y+K]$ parlare è una strategia dominata per il filosofo, quando il filosofo paga il costo e parla, allora il cittadino può aggiornare le sue ipotesi riguarda alla vera posizione di f (e, come conseguenza, di x); in particolare, il cittadino sa ora che $f \notin [y-K, y+K]$. Dato il precedente punto, allora, il cittadino accetta la proposta del filosofo, solamente se:

$$-\int_{\min(0, y-K)}^{y-K} |f-c| dF - \int_{\min(y+K, 1)}^1 |f-c| dF > -|y-c|,$$

Il primo termine (dove F è la funzione di probabilità cumulata relativa alla distribuzione dei tipi di filosofo ipotizzata dal cittadino) rappresenta l'utilità attesa per il cittadino di scegliere l'alternativa proposta, sulla base della distribuzione soggettiva di probabilità che il cittadino presenta nei confronti dei possibili tipi di agenti, e sulla base delle ipotesi aggiornate a tale riguardo (dato che adesso il cittadino sa che $f \notin [y-K, y+K]$). Il secondo termine rappresenta l'utilità che il cittadino ottiene mantenendo lo status quo. Quando il primo termine è superiore al secondo, allora accettare la proposta del filosofo è una strategia dominante per il cittadino, e parlare, rifiutando lo status quo, stante $f \notin [y-K, y+K]$ e il costo K , è la migliore risposta per il filosofo. In caso contrario, la strategia dominante è quella di mantenere lo status quo. Ovviamente, in quest'ultimo caso, la migliore risposta per il filosofo è accettare lo status quo, evitando di pagare il relativo costo¹.

Appendice (2):

Modifichiamo la situazione descritta nell'appendice (1) facendo la seguente assunzione: nel caso di p , la disuguaglianza definita dalla (1.2) è soddisfatta, e quindi il cittadino accetta l'alternativa proposta dopo che il filosofo ha parlato. Nel caso $(1-p)$ non è invece soddisfatta. L'utilità attesa per il filosofo rifiutare lo status quo, pagando il costo K , diventa allora: $-p|x-f|-(1-p)|y-f|-K$. L'utilità attesa per il filosofo di accettare lo status quo è $-|y-f|$. In questo senso, e ricordando che $x=f$, l'utilità attesa di parlare rifiutando lo status quo meno l'utilità attesa di accettare lo status quo si riduce a: $p(|y-f|)-K$. Quando questa differenza è positiva, vale a dire, quando:

$$p > \frac{K}{(|y-f|)} \quad (1.3),$$

il filosofo parla rifiutando lo status quo; altrimenti lo accetta.